



ชื่อ-นามสกุล

เลขประจำตัว

No.1

แบบฝึกหัดเรื่อง ตรีโกณมิติ

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ เมื่อ $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$

1.1) $2 \sin(\theta) + 1 = 0$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

เมื่อ $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ ดังนั้น ไม่มีคำตอบ

1.2) $4 \cos^2(\theta) - 3 = 0$

$$\cos^2(\theta) = \frac{3}{4}$$

$$\cos(\theta) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi$$

เมื่อ $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{6}$

1.3) $\cos(4\theta) = 0$

$$\cos(4\theta) = 0$$

$$4\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$$

เมื่อ $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$

1.4) $\sin(3\theta) = 1$

$$\sin(3\theta) = 1$$

$$3\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}$$

เมื่อ $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{6}$

2. จงแก้สมการต่อไปนี้ เมื่อ $0 \leq \theta < 2\pi$

2.1) $2 \cos^2(\theta) + \cos(\theta) - 1 = 0$

ให้ $x = \cos \theta$; $2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow (2x-1)(x+1) = 0$
 $x = \frac{1}{2}$ หรือ $x = -1$

กรณี $\cos \theta = \frac{1}{2}$ | กรณี $\cos \theta = -1$
 $\theta = \frac{\pi}{3} + 2n\pi, \frac{5\pi}{3} + 2n\pi$ | $\theta = \pi + 2n\pi$

เมื่อ $0 \leq \theta < 2\pi$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \pi$

2.3) $2 \sin^2(\theta) - \sin(\theta) = 0$

$\sin(\theta)(2\sin(\theta) - 1) = 0$ ได้ $\sin \theta = 0$, $\sin \theta = \frac{1}{2}$

กรณี $\sin \theta = 0$ | กรณี $\sin \theta = \frac{1}{2}$
 $\theta = 0 + n\pi, \pi + n\pi$ | $\theta = \frac{\pi}{6} + 2n\pi, \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$

เมื่อ $0 \leq \theta < 2\pi$

ดังนั้น $\theta = 0, \pi, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

2.5) $2 \tan(\theta) \cdot \cos(\theta) = \tan(\theta)$

$\tan(\theta)(2\cos(\theta) - 1) = 0$

ได้ $\tan(\theta) = 0$, $\cos \theta = \frac{1}{2}$

กรณี $\tan(\theta) = 0$ | กรณี $\cos \theta = \frac{1}{2}$
 $\theta = 0 + n\pi, \pi + n\pi$ | $\theta = \frac{\pi}{3} + 2n\pi, \frac{5\pi}{3} + 2n\pi$

เมื่อ $0 \leq \theta < 2\pi$

ดังนั้น $\theta = 0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

2.2) $2 \sin^2(\theta) - 3 \cos(\theta) - 3 = 0$

$2 \left(\frac{1 - \cos(2\theta)}{2} \right) - 3 \cos \theta - 3 = 0$

$-\cos(2\theta) - 3 \cos \theta - 2 = 0$

$\cos(2\theta) + 3 \cos \theta + 2 = 0$

$(2 \cos^2 \theta - 1) + 3 \cos \theta + 2 = 0$

$2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta + 1 = 0$ ได้ $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ หรือ $\cos \theta = -1$

กรณี $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ | กรณี $\cos \theta = -1$
 $\theta = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi, \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$ | $\theta = \pi + 2n\pi$

เมื่อ $0 \leq \theta < 2\pi$

ดังนั้น $\theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \pi$

2.4) $\sin(\theta) - \cos(\theta) = \sqrt{2}$

$(\sin(\theta) - \cos(\theta))^2 = (\sqrt{2})^2$

$\sin^2(\theta) - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) + \cos^2(\theta) = 2$

$-\sin(2\theta) + \underbrace{\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)}_1 = 2$

$-\sin(2\theta) + 1 = 2$

$\sin(2\theta) = -1$

$2\theta = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4} + n\pi$

เมื่อ $0 \leq \theta < 2\pi$ มุมที่ทำให้สมการเป็นจริงคือ

$\theta = \frac{3\pi}{4}$

2.6) $4 \cos^3(\theta) - 3 \cos(\theta) = 0$

$\cos(\theta)(4 \cos^2(\theta) - 3) = 0$

ได้ $\cos(\theta) = 0$, $\cos(\theta) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

กรณี $\cos(\theta) = 0$ | กรณี $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ | กรณี $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi, \frac{3\pi}{2} + n\pi$ | $\theta = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi, \frac{7\pi}{6} + 2n\pi$ | $\theta = \frac{\pi}{6} + 2n\pi, \frac{11\pi}{6} + 2n\pi$

เมื่อ $0 \leq \theta < 2\pi$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

3. จงแก้สมการต่อไปนี้ เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$

3.1) $2 \sin(\theta) - 1 = 0$

$\sin(\theta) = \frac{1}{2}$
 $\theta = 30^\circ + n(360^\circ), 150^\circ + n(360^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$
 ดังนั้น $\theta = 30^\circ$

3.2) $4 \sin^2(\theta) - 1 = 0$

$\sin^2(\theta) = \frac{1}{4} \implies \sin(\theta) = \pm \frac{1}{2}$
 $\theta = 30^\circ + n(360^\circ), 150^\circ + n(360^\circ),$
 $210^\circ + n(360^\circ), 330^\circ + n(360^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ ดังนั้น $\theta = 30^\circ$

3.3) $\sin(2\theta) = 0$

$\sin(2\theta) = 0$
 $2\theta = 0^\circ + n(180^\circ), 90^\circ + n(180^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$
 ดังนั้น $\theta = 0^\circ$

3.4) $\cos(2\theta) = 1$

$\cos(2\theta) = 1$
 $2\theta = 0^\circ + n(360^\circ)$
 $\theta = 0^\circ + n(180^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$
 ดังนั้น $\theta = 0^\circ$

4. จงแก้สมการต่อไปนี้ เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$

4.1) $2 \cos^2(\theta) - 3 \cos(\theta) + 1 = 0$

$(2 \cos(\theta) - 1)(\cos(\theta) - 1) = 0$ ได้ $\cos \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = 1$

กรณี $\cos \theta = \frac{1}{2}$: $\theta = 60^\circ + n(360^\circ), 300^\circ + n(360^\circ)$
 กรณี $\cos \theta = 1$: $\theta = 0^\circ + n(360^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
 ดังนั้น $\theta = 0^\circ, 60^\circ, 300^\circ$

4.2) $2 \sin^2(\theta) + \cos(\theta) - 1 = 0$

$-2 \sin^2 \theta - \cos \theta + 1 = 0$ | กรณี $\cos \theta = -\frac{1}{2}$
 $1 - 2 \sin^2 \theta - \cos \theta = 0$ | $\theta = 120^\circ + n(360^\circ), 240^\circ + n(360^\circ)$
 $\cos(2\theta) - \cos \theta = 0$

$2 \cos^2 \theta - \cos \theta - 1 = 0$ | กรณี $\cos \theta = 1$
 $(2 \cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) = 0$ | $\theta = 0^\circ + n(360^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
 ได้ $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ หรือ $\cos \theta = 1$ | ดังนั้น $\theta = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$

4.3) $2 \cos^2(\theta) + \cos(\theta) = 0$

$\cos(\theta)(2 \cos(\theta) + 1) = 0$ ได้ $\cos \theta = 0, \cos \theta = -\frac{1}{2}$

กรณี $\cos \theta = 0$: $\theta = 90^\circ + n(180^\circ), 270^\circ + n(180^\circ)$
 กรณี $\cos \theta = -\frac{1}{2}$: $\theta = 120^\circ + n(360^\circ), 240^\circ + n(360^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
 ดังนั้น $\theta = 90^\circ, 270^\circ, 120^\circ, 240^\circ$

4.4) $\cos(\theta) - \sin(\theta) = \sqrt{2}$

$(\cos(\theta) - \sin(\theta))^2 = (\sqrt{2})^2$ | เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
 $\cos^2 \theta - 2 \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta = 2$ | หรือ θ ที่ทำให้สมการเป็นจริง
 $-2 \sin 2\theta + 1 = 2$ | $n=1; \theta = 135^\circ + 180^\circ = 315^\circ$
 $\sin(2\theta) = -\frac{1}{2}$

$2\theta = 270^\circ + n(360^\circ)$
 $\theta = 135^\circ + n(180^\circ)$ | ดังนั้น $\theta = 315^\circ$

4.5) $2 \tan(\theta) \sin(\theta) = \tan(\theta)$

$\tan \theta (2 \sin \theta - 1) = 0$ ได้ $\tan \theta = 0, \sin \theta = \frac{1}{2}$

กรณี $\tan \theta = 0$: $\theta = 0^\circ + n(180^\circ)$
 กรณี $\sin \theta = \frac{1}{2}$: $\theta = 30^\circ + n(360^\circ), 150^\circ + n(360^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
 ดังนั้น $\theta = 0, 180, 30, 150$

4.6) $4 \cos^3(\theta) - \cos(\theta) = 0$

$\cos \theta (4 \cos^2 \theta - 1) = 0$ ได้ $\cos \theta = 0, \cos \theta = \pm \frac{1}{2}$

กรณี $\cos \theta = 0$: $\theta = 90^\circ + n(180^\circ), 270^\circ + n(180^\circ)$
 กรณี $\cos \theta = \frac{1}{2}$: $\theta = 60^\circ + n(360^\circ), 300^\circ + n(360^\circ)$
 กรณี $\cos \theta = -\frac{1}{2}$: $\theta = 120^\circ + n(360^\circ), 240^\circ + n(360^\circ)$

เมื่อ $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
 ดังนั้น $\theta = 90, 270, 60, 300, 120, 240$

5. จงแก้สมการต่อไปนี้

5.1) $2 \cos(\theta) - 1 = 0$

$$\cos(\theta) = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

5.2) $4 \sin^2(\theta) = 3$

$$\sin^2(\theta) = \frac{3}{4}$$

$$\sin(\theta) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi$$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi$

5.3) $\tan(\theta) \sin(\theta) = \sin(\theta)$

$$\tan(\theta) \cdot \sin(\theta) - \sin(\theta) = 0$$

$$\sin(\theta) (\tan(\theta) - 1) = 0$$

$$\text{ได้ } \sin(\theta) = 0, \tan(\theta) = 1$$

กรณี $\sin(\theta) = 0$

$$\theta = 0 + 2k\pi, \pi + 2k\pi$$

กรณี $\tan \theta = 1$

$$\theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$$

ดังนั้น $\theta = 0 + 2k\pi, \pi + 2k\pi, \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$

5.4) $\tan^2(\theta) - 3 = 0$

$$\tan^2(\theta) = 3$$

$$\tan(\theta) = \pm \sqrt{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi$$

ดังนั้น $\theta = \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi$

