

แบบฝึกหัดเรื่อง ตรีโกณมิติ

ชื่อ-นามสกุล $\qquad$
เลขประจำตัว No .3

1. รูปสามเหลี่ยม $A B C$ มีด้านตรงข้ามมุม $A, B$ และ $C$ ยาว $a, b$ และ $C$ ตามลำดับ จงใช้กฏของโคไซน์ และสมบัติมุมภายในของสามเหลี่ยม
เพื่อหาขนาดของมุม และ ความยาวด้านของสามเหลียม $A B C$ ให้ครบทุกมุม และ ทุกด้าน พร้อมทั้งวาดสามเหลี่ยม $A B C$
1.1) กำหนด $a=54 \sqrt{2}=76.37, b=54, c=27 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}-27 \sqrt{2}=27.95$

$$
\sin \left(15^{\circ}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}
$$

ขนาดของมุม

ความยาวด้าน
$\sin \left(75^{\circ}\right)=\sin \left(105^{\circ}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

วาดภาพ $\triangle A B C$ ३ै

$$
a=54 \sqrt{2}=76.37
$$

$$
\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} \Rightarrow \sin B=\frac{b}{a} \sin A
$$

$$
\Rightarrow B=\sin ^{-1}\left(\frac{b}{a} \sin A\right)
$$

1.2) กำหนด $C=45^{\circ}, a=33+33 \sqrt{3}=90.16, b=33 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}=80.83$

$$
\angle B=30^{\circ}
$$

$$
b=54
$$

$$
\frac{b}{\sin B}=\frac{C}{\sin C} \Rightarrow C=\sin ^{-1}\left(\frac{c}{b} \sin B\right)
$$

$$
\angle C=15^{\circ}
$$

$$
c=27 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}-27 \sqrt{2}=27.95
$$

วาดภาพ $\triangle A B C$ ฉु

วาดภาพ $\triangle A B C$ マ

$$
C=\sin ^{-1}\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)=15^{\circ}
$$

$$
\begin{aligned}
& \frac{a}{\sin A}=\frac{\text { ขนาดของมุม }}{\sin C} \sin A=\frac{a}{c} \sin C \\
& \Rightarrow \sin A=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \\
& \Rightarrow A=75^{\circ} \\
& \angle A=75^{\circ} \\
& a=33+33 \sqrt{3}=90.16
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \text { ความยาวด้าน } \\
& a=33+33 \sqrt{3}=90 \cdot 16
\end{aligned}
$$

2. รูปสามเหลี่ยม $A B C$ มีด้านตรงช้ามมุม $A, B$ และ $C$ ยาว $a, b$ และ $c$ ตามลำดับ

จงใช้ กฏของไซน์ กฏของโคไซน์ และสมบัตัมุมภายในของสามเหลี่ยม
เพื่อหาขนาดของมุม และ ความยาวด้านของสามเหลียม $A B C$ ให้ครบทุกมุม และ ทุกด้าน พร้อมทั้งวาดสามเหลี่ยม $A B C$

3. รูปสามเหลี่ยม $A B C$ มีด้านตรงข้ามมุม $A, B$ และ $C$ ยาว $a, b$ และ $c$ ตามลำดับ จงหา กฏพื้นที่ของ $\triangle A B C$
3.1) กำหนด $B=30^{\circ}, a=72 \sqrt{2}=101.82, \begin{aligned} C=36 \sqrt{2}+36 \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ & =139.09\end{aligned}$ मiल $\triangle A B C=\frac{1}{2} a C \sin B$

$$
\begin{aligned}
& =\frac{1}{2}(72 \sqrt{2})(36 \sqrt{2}+36 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}) \sin \left(30^{\circ}\right) \\
& =1296+1296 \sqrt{3}=3540.738
\end{aligned}
$$

ตอบ พื้นที่ $\triangle A B C=\begin{aligned} & 3540.738\end{aligned}$
4. [The Ambiguous Case (SSA) ] กรณีทีโจทย์กำหนด ความยาวด้านสองด้าน และ มุม (ที่ไม่ได้อยู่ระหว่างด้านทั้งสองที่กำหนด) อาจมีคำตอบเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ 1 รูป, ไม่มีสามเหลี่ยมที่เป็นคำตอบ หรืออาจมีรูปสามเหลี่ยมที่เป็นคำตอบได้ 2 รูป!!! รูปสามเหลี่ยม $A B C$ มีด้านตรงข้ามมุม $A, B$ และ $C$ ยาว $a, b$ และ $c$ ตามลำดับ ถ้าความยาวด้าน $a=66$ หน่วย, ความยาวด้าน $b=66 \sqrt{3}=114.3$ หน่วย และ มุม ขนาดมุม $A=30^{\circ}$
จงหาขนาดของ $\angle B, \angle C$, ความยาวด้าน $C$, พื้นที่ของสามเหลียม $A B C$ พร้อมทั้งวาดสามเหลี่ยม $A B C$

$$
\begin{aligned}
& \text { 4.1) กรณี } \angle B<90^{\circ} \text { ( } B \text { เป็นมุมแหลม) } \\
& \text { จงหา } \begin{aligned}
\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} & \Rightarrow \sin B=\frac{b}{a} \sin A=\frac{66 \sqrt{3}}{66} \sin 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2} \\
& \Rightarrow B=60^{\circ} \text { ห30 } 120^{\circ}
\end{aligned}
\end{aligned}
$$

ขนาดของ $\angle B=60^{\circ}$ (มม ॥и 2 2)
$\operatorname{มม~} C=180^{\circ}-\left(60^{\circ}+30^{\circ}\right)=90^{\circ}$
ขนาดของ $\angle C=\ldots 90^{\circ}$
$c^{2}=a^{2}+b^{2}-2 a b \cos C=(66)^{2}+(66 \sqrt{3})^{2}-2(66)(66 \sqrt{3}) \cos \left(90^{\circ}\right)=17424$ 7ă $c=\sqrt{17424}=132$
$=\sqrt{17424}=132$
ความยาวด้าน $c=132$
4.2) กรณี $\angle B>90^{\circ}(B$ เป็นมุมป้าน )

จงหา

ขนาดของ $\angle B=120^{\circ}$ (2सม/7น)
q" $C=180^{\circ}-\left(120^{\circ}+30^{\circ}\right)=30^{\circ}$
ขนาดของ $\angle C=\ldots 30^{\circ}$
$c^{2}=a^{2}+b^{2}-2 a b \cos C=(66)^{2}+(66 \sqrt{3})^{2}-2(66)(66 \sqrt{3}) \cos \left(30^{\circ}\right)=4356$
Ta $C=\sqrt{4356}=66$
ความยาวําน $c=66$
3.2) กำหนด $C=60^{\circ}, a=18 \sqrt{2} \sqrt{3}=44.09, b=9 \sqrt{2} \sqrt{3}+27 \sqrt{2}=60.23$

Fin $\triangle A B C=\frac{1}{2} a b \sin C$

$$
\begin{aligned}
& =\frac{1}{2}(18 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3})(9 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}+27 \sqrt{2}) \sin \left(60^{\circ}\right) \\
& =243 \sqrt{3}+729 \\
& =1149.888
\end{aligned}
$$

ตอบ พื้นที่ $\triangle A B C=1149.888$ วาดภาพ $\triangle A B C$ 가


พื้นที่ของ $\triangle A B C=\frac{1}{2} a b \sin C$

|  | $=\frac{1}{2}(66)(66 \sqrt{3}) \sin 90^{\circ}$ |
| ---: | :--- |
|  | $=3772.407$ |
| วาดภาพ $\triangle A B C$ ु |  |



พื้นที่ของ $\triangle A B C=\frac{1}{2} a b \sin C$
$=\frac{1}{2}(64)(66 \sqrt{3}) \sin \left(30^{\circ}\right)$
$=1,886.203$

X Math@MUT XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX6300107-00003XX TrigonometryExercise7 for No. 3

$$
\begin{gathered}
\text { Nol }=\left[\begin{array}{c}
.1=[a=(54 \sqrt{2}=76.37), b=54, c=(27 \sqrt{2} \sqrt{3}-27 \sqrt{2}=27.95)] \\
.2=\left[C=45^{\circ}, a=(33+33 \sqrt{3}=90.16), b=(33 \sqrt{2} \sqrt{3}=80.83)\right]
\end{array}\right] \\
\text { No2 }=\left[\begin{array}{c}
.1=\left[B=60^{\circ}, C=75^{\circ}, a=(26 \sqrt{2} \sqrt{3}=63.69)\right] \\
.2=\left[C=45^{\circ}, A=15^{\circ}, b=(45 \sqrt{2} \sqrt{3}=110.23)\right]
\end{array}\right] \\
\text { No3 }=\left[\begin{array}{l}
.1=\left[B=30^{\circ}, a=(72 \sqrt{2}=101.82), c=(36 \sqrt{2}+36 \sqrt{2} \sqrt{3}=139.09)\right] \\
.2=\left[C=60^{\circ}, a=(18 \sqrt{2} \sqrt{3}=44.09), b=(9 \sqrt{2} \sqrt{3}+27 \sqrt{2}=60.23)\right]
\end{array}\right] \\
\text { No4 }=\left[a=66, b=(66 \sqrt{3}=114.32), A=30^{\circ}\right]
\end{gathered}
$$

X Math@MUT XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX6300107-00003XX TrigonometryExercise7 Answers for No.3

$$
\begin{aligned}
& \text { Ansl }=\left[\begin{array}{c}
{\left[\begin{array}{cc}
A=135^{\circ} & a=(54 \sqrt{2}=76.37) \\
B=30^{\circ} & b=54 \\
C=15^{\circ} & c=(27 \sqrt{2} \sqrt{3}-27 \sqrt{2}=27.95)
\end{array}\right]} \\
.2=\left[\begin{array}{lc}
A=75^{\circ} & a=(33+33 \sqrt{3}=90.16) \\
B=60^{\circ} & b=(33 \sqrt{2} \sqrt{3}=80.83) \\
C=45^{\circ} & c=66
\end{array}\right], \quad,\left[\begin{array}{c}
M \\
a \\
t \\
h \\
@ \\
M \\
U \\
T
\end{array}\right]
\end{array}\right] \\
& \text { Ans } 2=\left[\begin{array}{c}
.1=\left[\begin{array}{cc}
A=45^{\circ} & a=(26 \sqrt{2} \sqrt{3}=63.69) \\
B=60^{\circ} & b=78 \\
C=75^{\circ} & c=(13 \sqrt{2} \sqrt{3}+39 \sqrt{2}=87.00)
\end{array}\right] \\
.2=\left[\begin{array}{cc}
A=15^{\circ} & a=(45 \sqrt{3}-45=32.94) \\
B=120^{\circ} & b=(45 \sqrt{2} \sqrt{3}=110.23) \\
C=45^{\circ} & c=90
\end{array}\right], \quad,\left[\begin{array}{c}
M \\
a \\
t \\
h \\
@ \\
M \\
U \\
T
\end{array}\right]
\end{array}\right] \\
& \text { Ans3 }=\left[\begin{array}{c}
.1=[\operatorname{areaABC}=(1296+1296 \sqrt{3}=3540.738)] \\
.2=[\operatorname{areaABC}=(243 \sqrt{3}+729=1149.888)]
\end{array}\right], \quad,\left[\begin{array}{c}
M \\
a \\
t \\
h
\end{array}\right] \\
& \text { Ans } 4=\left[\begin{array}{l}
.1=\left[B=60^{\circ}, C=90^{\circ}, c=132, \operatorname{areaABC}=(2178 \sqrt{3}=3772.407)\right] \\
.2=\left[B=120^{\circ}, C=30^{\circ}, c=66, \operatorname{areaABC}=(1089 \sqrt{3}=1886.203)\right]
\end{array}\right],
\end{aligned}
$$

x [Page = 0003] xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

