



แบบฝึกหัดเรื่อง ตรีโกณมิติ

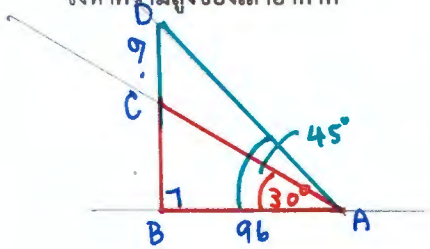
ชื่อ-นามสกุล

เลขประจำตัว No. 1

1. วิรัตน์ยืนอยู่ห่างจากตึกหลังหนึ่งเป็นระยะทางตามแนวราบ $D = 96$ เมตร

เขามองเห็นยอดตึก และยอดเสาอากาศซึ่งตั้งอยู่บนยอดตึกเป็นมุมเงย $\alpha = 30^\circ$ และ $\beta = 45^\circ$ ตามลำดับ

จงหาความสูงของเสาอากาศ



$$\tan 30^\circ = \frac{|BC|}{96}$$

$$|BC| = 96 \tan 30^\circ = 32\sqrt{3}$$

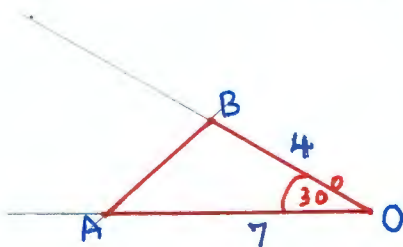
$$\tan 45^\circ = \frac{|BD|}{96}$$

$$|BD| = 96 \tan 45^\circ = 96$$

ตอบ เสาอากาศสูง $96 - 32\sqrt{3} = 40.574$ เมตร

2. เรือสองลำแล่นออกจากจุด O พร้อมกัน โดยเรือลำหนึ่งแล่นตรงไปยังจุด A เป็นระยะทาง $a = 7$ km

อีกลำหนึ่งแล่นตรงไปยังจุด B ระยะทาง $b = 4$ km ถ้าแนวที่เรือทั้งสองลำแล่นออกจากกันทำมุม $\alpha = 30^\circ$ แล้ว จงหาระยะห่างระหว่างจุด A และ จุด B



$$|AB|^2 = 4^2 + 7^2 - 2(4)(7) \cos 30^\circ$$

$$= 16 + 49 - 56\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 65 - 28\sqrt{3}$$

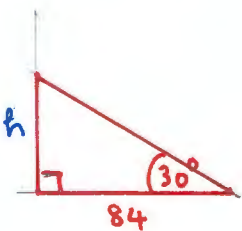
$$|AB| = \sqrt{65 - 28\sqrt{3}}$$

ตอบ จุด A และจุด B อยู่ห่างกัน 4.062 กิโลเมตร

3. ขณะที่เราเรือใบของทิพย์อยู่ห่างจากแนวชายฝั่งเป็นระยะทาง $x = 84$ เมตร

ทิพย์มองเห็นยอดหน้าผาดด้วยมุมเงย $\alpha = 30^\circ$

3.1) จงหาความสูงของหน้าผา



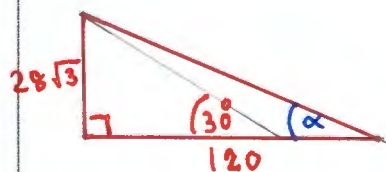
$$\tan 30^\circ = \frac{h}{84}$$

$$h = 84 \tan 30^\circ = 28\sqrt{3}$$

ตอบ หน้าผาสูง 48.497 เมตร

3.2) เมื่อเรือใบของทิพย์อยู่ห่างจากแนวชายฝั่ง $y = 120$ เมตร

ทิพย์จะมองเห็นยอดหน้าผาดด้วยมุมเงยเท่าใด



$$\tan \alpha = \frac{28\sqrt{3}}{120}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{28\sqrt{3}}{120}\right) = 22.006^\circ$$

ตอบ ทิพย์จะต้องเงยขึ้น 22.006° เพื่อมองยอดหน้าผา

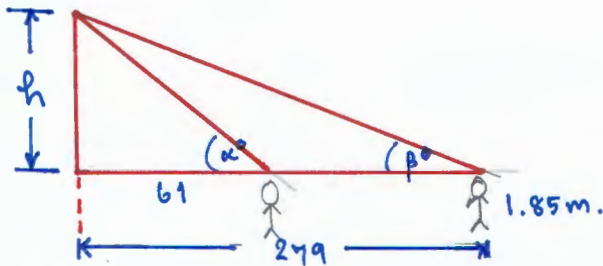
ข้อ 4 - 7 อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข

4. เมื่ออรรณวินยืนอยู่บนพื้นราบห่างจากเสาอากาศของสถานีโทรทัศน์แห่งหนึ่ง

เป็นระยะทาง $a = 61$ เมตร จะมองเห็นยอดเสาอากาศเป็นมุมเงย α°

และเมื่ออรรณวินยืนอยู่ห่างจากเสาอากาศเป็นระยะทาง $b = 279$ เมตร จะมองเห็นยอดเสาอากาศเป็นมุมเงย β°

ถ้ามุมเงยทั้งสองนั้นรวมกันได้หนึ่งมุมฉาก ถ้าอรรณวินสูงประมาณ $h = 1.85$ เซนติเมตร แล้วเสาอากาศสูงประมาณเท่าใด



จะได้ $61 \tan(\alpha) = 279 \tan(\beta)$

$$= 279 \cdot \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}$$

$$= 279 \cdot \frac{\sin(90-\alpha)}{\cos(90-\alpha)}$$

$$= 279 \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{61} \rightarrow h = 61 \tan(\alpha)$$

$$\tan(\beta) = \frac{h}{279} \rightarrow h = 279 \tan(\beta)$$

$$\tan(\alpha) \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{279}{61}$$

จะได้ $h = 61(2.1386) = 130.4569$

$$\tan^2(\alpha) = \frac{279}{61}$$

$$\tan(\alpha) = \sqrt{\frac{279}{61}} = 2.1386$$

ตอบ เสาอากาศของสถานีโทรทัศน์แห่งนี้สูงประมาณ $130.4569 + 1.85 = 132.305$ เมตร (ทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

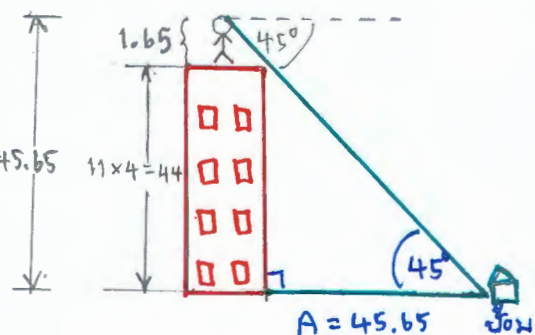
5. กานต์ฐิตาสถูสูงประมาณ $h = 165$ เซนติเมตร

ยืนอยู่บนคาน้ำของตึก $N = 11$ ชั้น แต่ละชั้นสูง $H = 4$ เมตร

เธอมองเห็นป้อมยามที่อยู่ทางทิศ $D_1 = \text{North}$ เป็นมุมก้ม $\alpha = 45^\circ$

และมองเห็นรถบรรทุกคันหนึ่งจอดอยู่ทางทิศ $D_2 = \text{West}$ เป็นมุมก้ม $\beta = 55^\circ$

จงหาว่ารถบรรทุกอยู่ห่างจากป้อมยามประมาณกี่เมตร

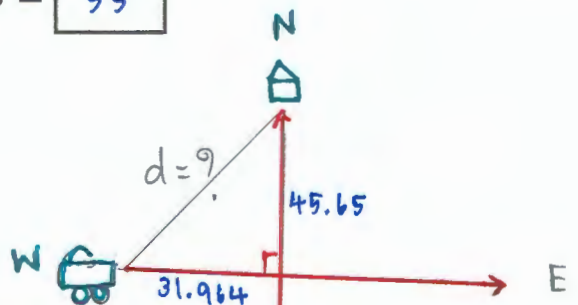


$$\tan(45^\circ) = \frac{45.65}{A}$$

$$A = \frac{45.65}{\tan(45^\circ)} = 45.65$$

$$\tan(55^\circ) = \frac{45.65}{B}$$

$$B = \frac{45.65}{\tan(55^\circ)} = 31.964$$



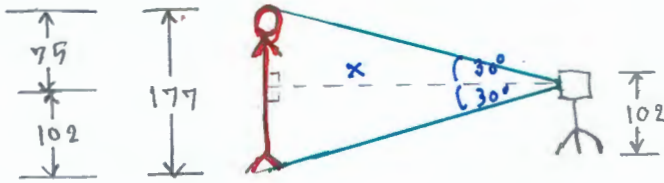
$$d = \sqrt{31.964^2 + 45.65^2} = 55.728$$

ตอบ รถบรรทุกอยู่ห่างจากป้อมยามประมาณ 55.728 เมตร (ทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

6. วัฒนพลต้องการถ่ายภาพของตนเอง โดยติดตั้งกล้องถ่ายรูปเข้ากับขาตั้งกล้องซึ่งสูง $h = 102$ เซนติเมตร

ถ้าวัฒนพลสูง $H = 177$ เซนติเมตร และกล้องมีมุมรับภาพทั้งมุมก้มและมุมเงยเป็น $\alpha = 30^\circ$

วัฒนพลจะต้องยืนห่างจากจุดตั้งกล้องอย่างน้อยกี่เซนติเมตร จึงจะได้ภาพถ่ายเต็มตัว



$$\tan(30^\circ) = \frac{75}{x}$$

$$x = \frac{75}{\tan(30^\circ)} \approx 130$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{102}{x}$$

$$x = \frac{102}{\tan(30^\circ)} \approx 177$$

ตอบ วัฒนพลจะต้องยืนห่างจากกล้อง 177 เซนติเมตร จึงจะได้ภาพถ่ายเต็มตัว (ตอบเต็มหน่วยเซนติเมตร)

7. หอคอยแห่งหนึ่งสูง $H = 320$ เมตร ตั้งอยู่บนยอดเนินเขา

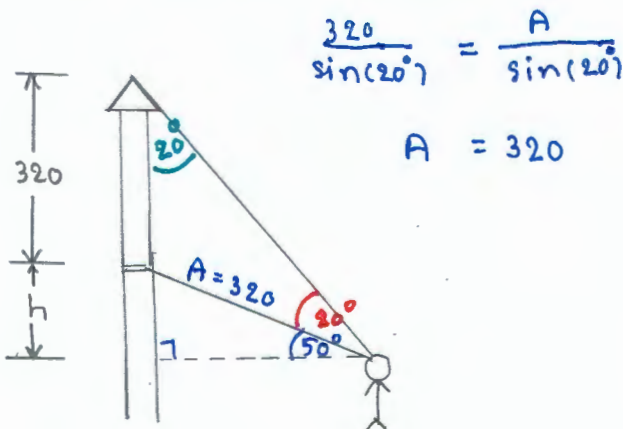
จากจุดที่พีร์วัฒน์ยืนอยู่สามารถมองเห็นยอดหอคอยด้วยมุมเงย $\alpha = 70^\circ$

และมองเห็นฐานหอคอยด้วยมุมเงย $\beta = 50^\circ$

(ตอบในรูปทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

7.1) จงหาว่าฐานหอคอยอยู่ห่างจากพีร์วัฒน์เท่าใด

7.2) จงหาความสูงของเนินเขา



$$\frac{320}{\sin(20^\circ)} = \frac{A}{\sin(20^\circ)}$$

$$A = 320$$

$$\sin(50^\circ) = \frac{h}{320}$$

$$h = 320 \sin(50^\circ)$$

$$= 245.134$$

ตอบ ฐานหอคอยอยู่ห่างจากพีร์วัฒน์ 320 เมตร

ตอบ เนินเขาสูง 245.134 เมตร

