



ชื่อ-นามสกุล

เลขประจำตัว **No. 3**

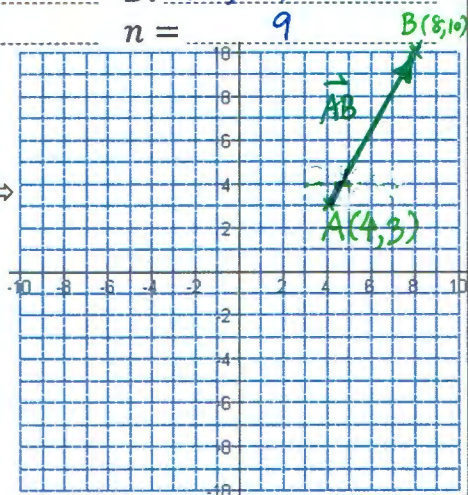
แบบฝึกหัดเรื่อง **เวกเตอร์**

Vector : Magnitude + Direction & Components

ข้อ 1 - 4 กำหนดจุด A, B และ ค่าคงที่ m, n ต่อไปนี้ (ตอบในรูป ทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

1. A: (4, 3) B: (8, 10)
 m = 7 n = 9

- 1 จงวาด
- จุด A ⇨
- จุด B ⇨
- เวกเตอร์ \vec{AB} ⇨



- 2 จงเขียน \vec{AB} ในรูป $\langle a_x, a_y \rangle$

⇨ $\vec{AB} = \langle 8-4, 10-3 \rangle = \langle 4, 7 \rangle$

- 3 จงเขียน \vec{AB} ในรูป $a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}$

⇨ $\vec{AB} = 4\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$

- 4 จงหา $|\vec{AB}|$

⇨ $|\vec{AB}| = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65} = 8.062$

- 5 จงหาเวกเตอร์หน่วย \mathbf{u} ที่มีทิศทางเดียวกับ \vec{AB}

⇨ $\mathbf{u} = \frac{\langle 4, 7 \rangle}{\sqrt{65}} = \frac{4}{\sqrt{65}}\mathbf{i} + \frac{7}{\sqrt{65}}\mathbf{j} = 0.4976\mathbf{i} + 0.8688\mathbf{j}$

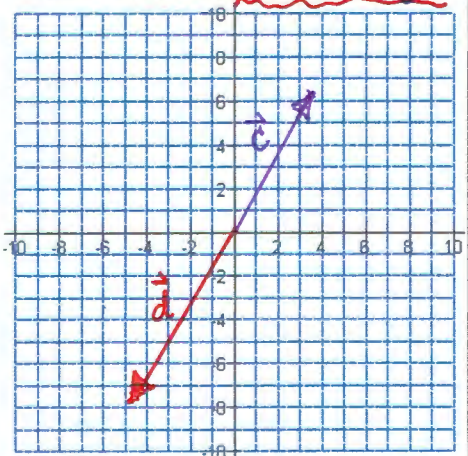
- 6 จงหาเวกเตอร์ \mathbf{c} ขนาด m หน่วย และมีทิศทางเดียวกับ \vec{AB}

⇨ $\mathbf{c} = 7 \left(\frac{4}{\sqrt{65}}\mathbf{i} + \frac{7}{\sqrt{65}}\mathbf{j} \right) = 3.473\mathbf{i} + 6.078\mathbf{j}$

- 7 จงหาเวกเตอร์ \mathbf{d} ขนาด n หน่วย และมีทิศทางตรงข้ามกับ \vec{AB}

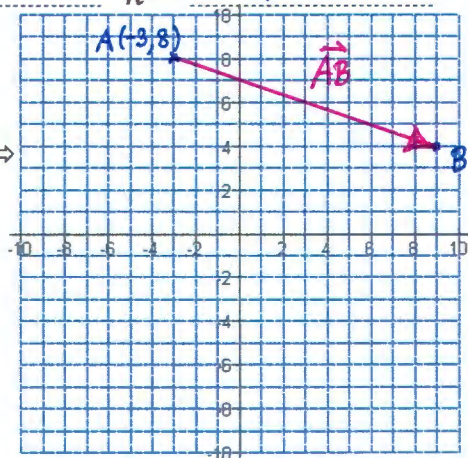
⇨ $\mathbf{d} = -9 \left(\frac{4}{\sqrt{65}}\mathbf{i} + \frac{7}{\sqrt{65}}\mathbf{j} \right) = -4.465\mathbf{i} - 7.814\mathbf{j}$

- 8 จงวาด
- เวกเตอร์ \mathbf{c} ⇨
- เวกเตอร์ \mathbf{d} ⇨



2. A: (-3, 8) B: (9, 4)
 m = 6 n = 9

- 1 จงวาด
- จุด A ⇨
- จุด B ⇨
- เวกเตอร์ \vec{AB} ⇨



- 2 จงเขียน \vec{AB} ในรูป $\langle a_x, a_y \rangle$

⇨ $\vec{AB} = \langle 9-(-3), 4-8 \rangle = \langle 12, -4 \rangle$

- 3 จงเขียน \vec{AB} ในรูป $a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}$

⇨ $\vec{AB} = 12\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$

- 4 จงหา $|\vec{AB}|$

⇨ $|\vec{AB}| = \sqrt{(12)^2 + (-4)^2} = \sqrt{144+16} = \sqrt{160} = 12.649$

- 5 จงหาเวกเตอร์หน่วย \mathbf{u} ที่มีทิศทางเดียวกับ \vec{AB}

⇨ $\mathbf{u} = \frac{\langle 12, -4 \rangle}{\sqrt{160}} = \frac{12}{\sqrt{160}}\mathbf{i} - \frac{4}{\sqrt{160}}\mathbf{j} = 0.949\mathbf{i} - 0.316\mathbf{j}$

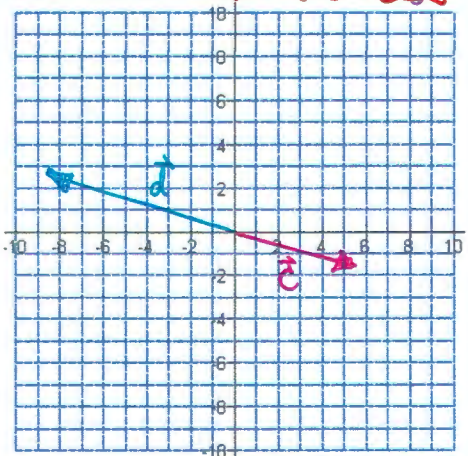
- 6 จงหาเวกเตอร์ \mathbf{c} ขนาด m หน่วย และมีทิศทางเดียวกับ \vec{AB}

⇨ $\mathbf{c} = 6 \left[\frac{12}{\sqrt{160}}\mathbf{i} - \frac{4}{\sqrt{160}}\mathbf{j} \right] = 5.692\mathbf{i} - 1.897\mathbf{j}$

- 7 จงหาเวกเตอร์ \mathbf{d} ขนาด n หน่วย และมีทิศทางตรงข้ามกับ \vec{AB}

⇨ $\mathbf{d} = -9 \left[\frac{12}{\sqrt{160}}\mathbf{i} - \frac{4}{\sqrt{160}}\mathbf{j} \right] = -8.538\mathbf{i} + 2.846\mathbf{j}$

- 8 จงวาด
- เวกเตอร์ \mathbf{c} ⇨
- เวกเตอร์ \mathbf{d} ⇨



3. $A: (8, 10, 3)$ $B: (3, 1, 8)$
 $m = 6$ $n = 9$

1 จงเขียน \overline{AB} ในรูป (a_x, a_y)

$\hookrightarrow \overline{AB} = \langle 3-8, 1-10, 8-3 \rangle = \langle -5, -9, 5 \rangle$

2 จงเขียน \overline{AB} ในรูป $a_x i + a_y j$

$\hookrightarrow \overline{AB} = -5i - 9j + 5k$

3 จงหา $|\overline{AB}|$

$\hookrightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{(-5)^2 + (-9)^2 + 5^2} = \sqrt{131} = 11.446$

4 จงหาเวกเตอร์หน่วย u ที่มีทิศทางเดียวกับ \overline{AB}

$\hookrightarrow u = \frac{1}{\sqrt{131}} \langle -5, -9, 5 \rangle = -0.437i - 0.786j + 0.437k$

5 จงหาเวกเตอร์ c ขนาด m หน่วย และมีทิศทางเดียวกับ \overline{AB}

$\hookrightarrow c = \frac{6}{\sqrt{131}} \langle -5, -9, 5 \rangle = -2.62i - 4.718j + 2.62i k$

6 จงหาเวกเตอร์ d ขนาด n หน่วย และมีทิศทางตรงข้ามกับ \overline{AB}

$\hookrightarrow d = \frac{-9}{\sqrt{131}} \langle -5, -9, 5 \rangle = 3.932i + 7.077j - 3.932k$

4. $A: (-5, -6, 1)$ $B: (5, 4, -2)$
 $m = 5$ $n = 8$

1 จงเขียน \overline{AB} ในรูป (a_x, a_y)

$\hookrightarrow \overline{AB} = \langle 5-(-5), 4-(-6), -2-1 \rangle = \langle 10, 10, -3 \rangle$

2 จงเขียน \overline{AB} ในรูป $a_x i + a_y j$

$\hookrightarrow \overline{AB} = 10i + 10j - 3k$

3 จงหา $|\overline{AB}|$

$\hookrightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{10^2 + 10^2 + (-3)^2} = \sqrt{209} = 14.457$

4 จงหาเวกเตอร์หน่วย u ที่มีทิศทางเดียวกับ \overline{AB}

$\hookrightarrow u = \frac{1}{\sqrt{209}} \langle 10, 10, -3 \rangle = 0.692i + 0.692j - 0.208k$

5 จงหาเวกเตอร์ c ขนาด m หน่วย และมีทิศทางเดียวกับ \overline{AB}

$\hookrightarrow c = \frac{5}{\sqrt{209}} \langle 10, 10, -3 \rangle = 3.459i + 3.459j - 1.038k$

6 จงหาเวกเตอร์ d ขนาด n หน่วย และมีทิศทางตรงข้ามกับ \overline{AB}

$\hookrightarrow d = \frac{-8}{\sqrt{209}} \langle 10, 10, -3 \rangle = -5.534i - 5.534j + 1.660k$

ข้อ 5 - 8 กำหนดเวกเตอร์ a และ b ต่อไปนี้ จงแสดงการคำนวณฟังก์ชัน $F(a, b)$

5. $a = \langle 0, 5 \rangle$ $b = \langle 8, 10 \rangle$
 $F = a + 2b = \langle 0, 5 \rangle + 2\langle 8, 10 \rangle$
 $= \langle 0, 5 \rangle + \langle 16, 20 \rangle = \langle 16, 25 \rangle$

6. $a = \langle 6, 10 \rangle$ $b = \langle -3, 7 \rangle$
 $F = 2a - 3b = 2\langle 6, 10 \rangle - 3\langle -3, 7 \rangle$
 $= \langle 12, 20 \rangle - \langle -9, 21 \rangle = \langle 21, -1 \rangle$

7. $a = \langle -1, -8, 0 \rangle$ $b = \langle 8, -1, -10 \rangle$
 $F = 5a - 2b = 5\langle -1, -8, 0 \rangle - 2\langle 8, -1, -10 \rangle$
 $= \langle -5, -40, 0 \rangle - \langle 16, -2, -20 \rangle = \langle -21, -38, 20 \rangle$

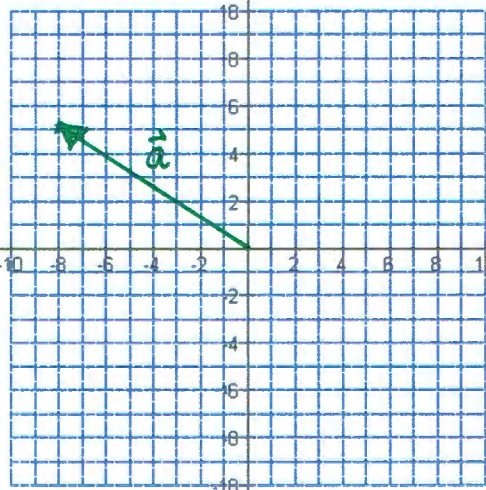
8. $a = \langle 1, 8, -7 \rangle$ $b = \langle -4, -3, -10 \rangle$
 $F = a + 3b = \langle 1, 8, -7 \rangle + 3\langle -4, -3, -10 \rangle$
 $= \langle 1, 8, -7 \rangle + \langle -12, -9, -30 \rangle = \langle -11, -1, -37 \rangle$

9. กำหนดเวกเตอร์ $a = \langle -8, 5 \rangle$

1 จงหา

$|a| = \sqrt{(-8)^2 + 5^2} = \sqrt{89} = 9.434$

และ วาดเวกเตอร์ a



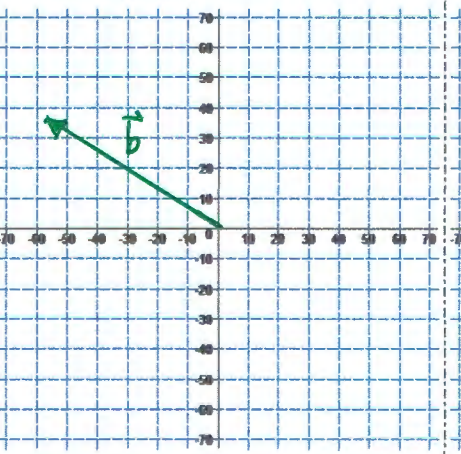
และค่าคงที่ $m = 7$

2 $b = ma$

จงหา $b = 7\langle -8, 5 \rangle = \langle -56, 35 \rangle$

$\hookrightarrow |b| = \sqrt{(-56)^2 + (35)^2} = 7\sqrt{89} = 66.038$

และ วาดเวกเตอร์ b



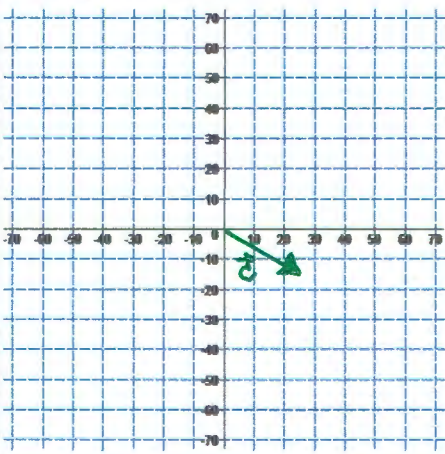
$n = -3$

3 $c = na$

จงหา $c = -3\langle -8, 5 \rangle = \langle 24, -15 \rangle$

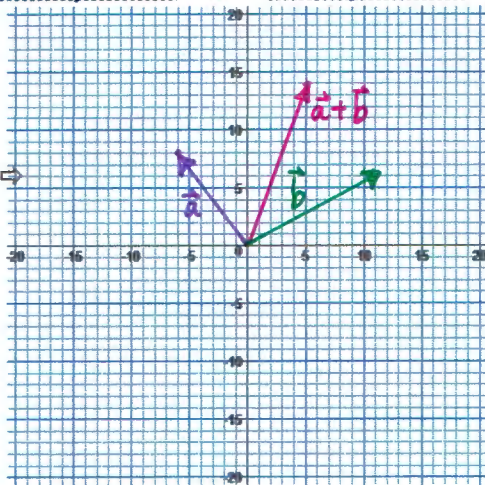
$\hookrightarrow |c| = \sqrt{(24)^2 + (-15)^2} = 3\sqrt{89} = 28.302$

และ วาดเวกเตอร์ c



10. กำหนด $a = \langle -6, 8 \rangle$ $b = \langle 11, 6 \rangle$

- 1 จงวาด
เวกเตอร์
- ▶ $a \Rightarrow$
- ▶ $b \Rightarrow$
- ▶ $a + b \Rightarrow$



2 $a + b = \langle -6+11, 8+6 \rangle = \langle 5, 14 \rangle$

3 $|a| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

4 $|b| = \sqrt{(11)^2 + 6^2} = \sqrt{121+36} = \sqrt{157} = 12.53$

5 $|a + b| = \sqrt{5^2 + 14^2} = \sqrt{221} = 14.866$

12. กำหนด $a = \langle 8, 6, -10 \rangle$ $b = \langle 9, 10, 8 \rangle$

1 $a + b = \langle 8+9, 6+10, -10+8 \rangle = \langle 17, 16, -2 \rangle$

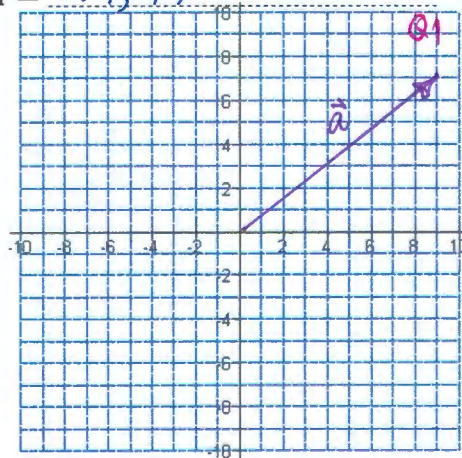
2 $|a| = \sqrt{8^2 + 6^2 + (-10)^2} = 10\sqrt{2} = 14.142$

3 $|b| = \sqrt{9^2 + 10^2 + 8^2} = 7\sqrt{5} = 15.652$

4 $|a + b| = \sqrt{(17)^2 + (16)^2 + (-2)^2} = 3\sqrt{61} = 23.431$

14. กำหนดเวกเตอร์ $a = \langle 9, 7 \rangle$

- 1 จงวาด
เวกเตอร์
- ▶ $a \Rightarrow$



2 จงหาขนาดของเวกเตอร์ a

↳ $|a| = \sqrt{9^2 + 7^2} = \sqrt{81+49} = \sqrt{130} = 11.402$

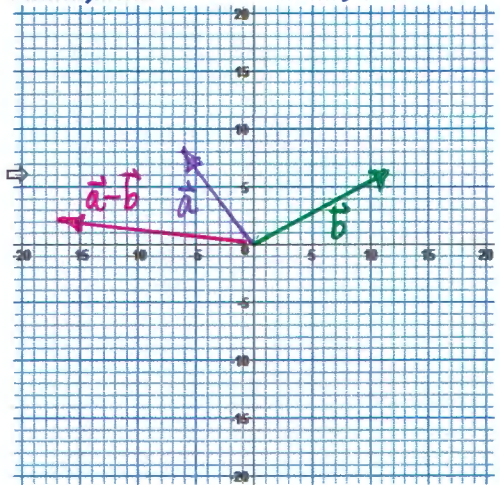
3 จงหาขนาดของมุม θ ที่เวกเตอร์ a ทำกัแกน x ฝั่งบวก วนทวนเข็มนาฬิกา ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$) (θ_1)

$\tan(\theta) = \frac{7}{9} \rightarrow \theta = 37.875$

↳ $\theta = \boxed{37.875}^\circ$

11. กำหนด $a = \langle -6, 8 \rangle$ $b = \langle 11, 6 \rangle$

- 1 จงวาด
เวกเตอร์
- ▶ $a \Rightarrow$
- ▶ $b \Rightarrow$
- ▶ $a - b \Rightarrow$



2 $a - b = \langle -6-11, 8-6 \rangle = \langle -17, 2 \rangle$

3 $|a| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

4 $|b| = \sqrt{(11)^2 + 6^2} = \sqrt{121+36} = \sqrt{157} = 12.53$

5 $|a - b| = \sqrt{(-17)^2 + 2^2} = \sqrt{293} = 17.117$

13. กำหนด $a = \langle 8, 6, -10 \rangle$ $b = \langle 9, 10, 8 \rangle$

1 $a - b = \langle 8-9, 6-10, -10-8 \rangle = \langle -1, -4, -18 \rangle$

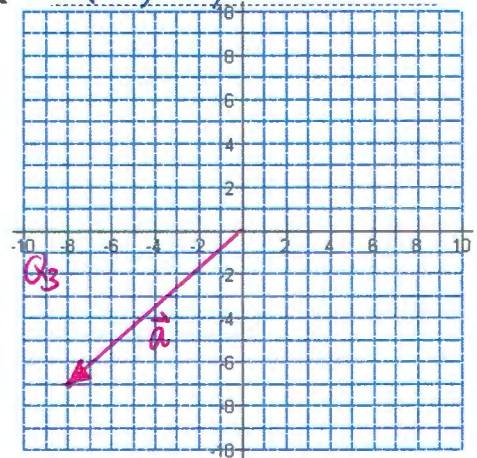
2 $|a| = \sqrt{8^2 + 6^2 + (-10)^2} = 10\sqrt{2} = 14.142$

3 $|b| = \sqrt{9^2 + 10^2 + 8^2} = 7\sqrt{5} = 15.652$

4 $|a - b| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + (-18)^2} = \sqrt{341} = 18.466$

15. กำหนดเวกเตอร์ $a = \langle -8, -7 \rangle$

- 1 จงวาด
เวกเตอร์
- ▶ $a \Rightarrow$



2 จงหาขนาดของเวกเตอร์ a

↳ $|a| = \sqrt{(-8)^2 + (-7)^2} = \sqrt{64+49} = \sqrt{113} = 10.630$

3 จงหาขนาดของมุม θ ที่เวกเตอร์ a ทำกัแกน x ฝั่งบวก วนทวนเข็มนาฬิกา ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$) (θ_3)

$\tan(\theta) = \frac{7}{8}$ วนทวน θ_3 ดังนั้น $180^\circ + \arctan(\frac{7}{8}) = 221.186$

↳ $\theta = \boxed{221.186}^\circ$

