



แบบฝึกหัดเรื่อง

ชื่อ-นามสกุล

เลขประจำตัว No. 3

ข้อ 1 - 2 จงหาค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อเนื่องที่ทุกจุด

$$1. f(x) = \begin{cases} 7x+12 & ; x \leq 3 \\ 4x^2+k & ; x > 3 \end{cases}$$

$$f(3) = 7(3)+12 = 33$$

f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 3$ เมื่อ

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3)$$

$$\text{จะได้ } 7(3)+12 = 4(3^2)+k$$

$$k = -3$$

ตอบ $k = -3$

$$2. f(x) = \begin{cases} kx+2b & ; x < -3 \\ 2x^2+k & ; x \geq -3 \end{cases}$$

f ต่อเนื่อง

$$\text{เมื่อ } \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = f(-3)$$

$$\text{จะได้ } -3k+2b = 2(-3)^2+k$$

$$4k = 8$$

$$k = 2$$

ตอบ $k = 2$

ข้อ 3 - 4 จงหาค่า a และ b ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อเนื่องที่ทุกจุด

$$3. f(x) = \begin{cases} 3x^2-5x-5 & ; x < -2 \\ ax^2+13 & ; -2 \leq x \leq 4 \\ bx+17 & ; x > 4 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$$

$$3(-2)^2-5(-2)-5 = a(-2)^2+13$$

$$17 = 4a+13$$

$$a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$$

$$4^2+13 = 4b+17$$

$$29 = 4b+17$$

$$b = 3$$

ตอบ $a = 1$

$b = 3$

$$4. f(x) = \begin{cases} bx+32 & ; x \leq -4 \\ ax+b & ; -4 < x \leq 6 \\ 3x+a & ; x > 6 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$$

$$\text{จะได้ } -4b+32 = -4a+b$$

$$4a-5b = -32 \text{ --- ①}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$$

$$\text{จะได้ } 6a+b = 18+a$$

$$5a+b = 18 \text{ --- ②}$$

นำสมการที่ 1 และ 2 มาแก้ระบบสมการ

$$\text{จะได้ } a = 2 \text{ และ } b = 8$$

ตอบ $a = 2$

$b = 8$

5. ทิศจรณากราฟสี่ตัว

5.1) จงหาพิกัดของจุด ●

ตอบ (5 , 11)

5.2) จงหาพิกัดของจุด ■

ตอบ (7 , 23)

5.3) จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด ● และจุด ■

$$\text{ตอบ } \frac{23-11}{7-5} = 6$$

5.4) จงหาพิกัดของจุด ◆

ตอบ (6 , 16)

5.5) จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด ● และจุด ◆

$$\text{ตอบ } \frac{16-11}{6-5} = 5$$

5.6) ถ้าเส้นกราฟสี่ตัว มีฟังก์ชันคือ $f(x) = (x-3)^2+7$

จงหาความชันที่จุด ●

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(5+h-3)^2+7] - [(5-3)^2+7]}{h}$$

$$= 4$$

6. กำหนด $y = f(x) = 5x^2 - 4$ และ $a = 4$

6.1) จงหา $f(a)$ ตอบ $f(a) = 5(4^2) - 4 = 76$

6.2) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $b = 4.2$

$f(b) = 5(4.2)^2 - 4 = 84.20$

$h = b - a = 0.2$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น b

ตอบ $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{84.2 - 76}{0.2} = 41$

6.3) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $c = 4.1$

$f(c) = 5(4.1)^2 - 4 = 80.05$

$h = c - a = 0.1$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น c

ตอบ $\frac{f(c)-f(a)}{c-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{80.05 - 76}{0.1} = 40.5$

6.4) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $d = 4.01$

$f(d) = 5(4.01)^2 - 4 = 76.4005$

$h = d - a = 0.01$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น d

ตอบ $\frac{f(d)-f(a)}{d-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{76.4005 - 76}{0.01} = 40.05$

6.5) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(4+h)^2 - 4 - 76}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(16 + 8h + h^2) - 4 - 76}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(40 + 5h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 40 + 5h = 40$

ตอบ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(4+h)^2 - 4 - 76}{h} = 40$

7. อัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวเส้นรอบวงกลม C เทียบกับความยาวของรัศมี r

7.1) สูตร ความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวเส้นรอบวงกลม A กับรัศมี r ตอบ $C = f(r) = 2\pi r$

7.2) ความยาวของเส้นรอบวงกลม เมื่อความยาวของรัศมี $r + h$ ตอบ $C = f(r + h) = 2\pi(r + h)$

7.3) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของความยาวเส้นรอบวงกลมวงกลม C เทียบกับความยาวรัศมี r เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก r เป็น $r + h$

ตอบ $\frac{f(r+h)-f(r)}{h} = \frac{2\pi(r+h) - 2\pi r}{h} = 2\pi$

7.4) อัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวเส้นรอบวงกลม A เทียบกับความยาวรัศมี r

ตอบ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(r+h)-f(r)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2\pi = 2\pi$

7.5) อัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวเส้นรอบวงกลมเทียบกับรัศมี

ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $a = 4$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ตอบ 2π

7.6) อัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวเส้นรอบวงกลมเทียบกับรัศมี

ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $b = 8$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ตอบ 2π

8. อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลม A เทียบกับความยาวของรัศมี r

8.1) สูตร ความสัมพันธ์ระหว่าง พื้นที่วงกลม A กับรัศมี r ตอบ $A = f(r) = \pi r^2$

8.2) พื้นที่วงกลม เมื่อความยาวของรัศมี $r + h$ ตอบ $A = f(r + h) = \pi (r+h)^2$

8.3) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่วงกลม A เทียบกับความยาวรัศมี r เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก r เป็น $r + h$

ตอบ $\frac{f(r+h)-f(r)}{h} = \frac{\pi(r+h)^2 - \pi r^2}{h} = 2\pi r + \pi h$

8.4) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลม A เทียบกับความยาวรัศมี r

ตอบ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(r+h)-f(r)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2\pi r + \pi h = 2\pi r$

8.5) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเทียบกับรัศมี

ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $a = \boxed{5}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ตอบ 10π

8.6) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเทียบกับรัศมี

ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $b = \boxed{2}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ตอบ 4π

9. อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า A เทียบกับความยาวด้าน x

9.1) สูตร ความสัมพันธ์ระหว่าง พื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า A กับความยาวด้าน x ตอบ $A = f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$

9.2) พื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อความยาวด้านเท่ากับ $x + h$ ตอบ $A = f(x + h) = \frac{\sqrt{3}}{4} (x+h)^2$

9.3) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า A เทียบกับความยาวด้าน x เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก x เป็น $x + h$

ตอบ $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}(x+h)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}x^2}{h} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2x+h)$

9.4) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า A เทียบกับความยาวด้าน x

ตอบ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}}{4}(2x+h) = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

9.5) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เทียบกับความยาวด้าน

ขณะที่ ความยาวด้านเท่ากับ $a = \boxed{7}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ตอบ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

9.6) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เทียบกับความยาวด้าน

ขณะที่ ความยาวด้านเท่ากับ $b = \boxed{5}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ตอบ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

