แบบฝึกหัดเรื่อง อนุพันธ์

ชื่อ-นามสกุล Diff01

เลขประจำตัว No.1

ข้อ 1 – 2 จงหาค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ต่อเนื่องที่ทุกจุด

1. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 5 & ; \ x \le 2 \\ kx - 7 & ; \ x > 2 \end{cases}$

$f(2) = 2\cdot 2^2 - 5 = 3$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 2\cdot 2^2 - 5 = 3$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 2k - 7$

$3 = 2k - 7$

$k = 5$

ตอบ $k =$ 5

2. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + k & ; \ x < -4 \\ kx + 58 & ; \ x \ge -4 \end{cases}$

$\lim_{x\to -4^-} f(x) = \lim_{x\to -4^+} f(x)$

$3(-4)^2 + k = -4k + 58$

$48 + k = -4k + 58$

$5k = 10$

$k = 2$

ตอบ $k =$ 2

ข้อ 3 – 4 จงหาค่า a และ b ที่ทำให้ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ต่อเนื่องที่ทุกจุด

3. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a & ; \ x < -4 \\ 2x^2 - 25 & ; \ -4 \le x \le 2 \\ -31 + bx & ; \ x > 2 \end{cases}$

$\lim_{x\to -4^-} f(x) = \lim_{x\to -4^+} f(x)$

$(-4)^2 + 3(-4) + a = 2(-4)^2 - 25$

$16 - 12 + a = 32 - 25$

$4 + a = 7$

$a = 3$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x)$

$2(2)^2 - 25 = -31 + 2b$

$-17 = -31 + 2b$

$14 = 2b$

$b = 7$

ตอบ $a =$ 3

$b =$ 7

4. $f(x) = \begin{cases} bx + 17 & ; \ x \le -2 \\ ax + b & ; \ -2 < x \le 5 \\ 3x + a & ; \ x > 5 \end{cases}$

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^+} f(x)$

$-2b + 17 = -2a + b$ —(1)

$\lim_{x\to 5^-} f(x) = \lim_{x\to 5^+} f(x)$

$5a + b = 15 + a$ —(2)

จาก (1); $a = \frac{3b-17}{2}$

จาก (2); $a = \frac{15-b}{4}$

$\frac{3b-17}{2} = \frac{15-b}{4}$

$6b - 34 = 15 - b$

$b = 7$

$a = 2$

ตอบ $a =$ 2

$b =$ 7

5. พิจารณากราฟสีดำ

5.1) จงหาพิกัดของจุด ● ตอบ (1 , 7)

5.2) จงหาพิกัดของจุด ■ ตอบ (5 , 31)

5.3) จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด ● และจุด ■ $m = \frac{31-7}{5-1} = 6$ ตอบ 6

5.4) จงหาพิกัดของจุด ◆ ตอบ (2 , 10)

5.5) จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด ● และจุด ◆ $m = \frac{31-10}{5-2} = 7$ ตอบ 7

5.6) ถ้าเส้นกราฟสีดำ มีฟังก์ชันคือ $f(x) = x^2 + 6$

จงหาความชันที่จุด ● ตอบ 2

$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 6 - x^2 - 6}{h}$

$= \lim_{h\to 0} 2x + h$

$= 2x$

$= 2\cdot 1 = 2$

6. กำหนด $y = f(x) =$ $\boxed{6x^2+7}$ และ $a =$ $\boxed{2}$

6.1) จงหา $f(a)$ $f(2) = 6\cdot2^2+7 = 24+7$ **ตอบ** $f(a) =$ 31

6.2) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $b =$ $\boxed{2.2}$

- $f(b)$ $f(2.2) = 6\cdot(2.2)^2+7 = 6(4.84)+7$ $f(b) =$ 36.04
- $h = b - a = 2.2 - 2 = 0.2$ $h =$ 0.2
- อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น b

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{36.04-31}{0.2} = \frac{5.04}{0.2}$

ตอบ $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} =$ 25.2

6.3) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $c =$ $\boxed{2.1}$

- $f(c) = 6(2.1)^2+7 = 6(4.41)+7$ $f(c) =$ 33.46
- $h = c - a = 2.1 - 2 = 0.1$ $h =$ 0.1
- อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น c

$\frac{f(c)-f(a)}{c-a} = \frac{33.46-31}{0.1}$

ตอบ $\frac{f(c)-f(a)}{c-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} =$ 24.6

6.4) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $d =$ $\boxed{2.01}$

- $f(d)$ $f(d) =$ 31.2406
- $h = d - a = 2.01 - 2 = 0.01$ $h =$ 0.01
- อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น d

ตอบ $\frac{f(d)-f(a)}{d-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{31.2406-31}{0.01} = 24.06$

6.5) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$

ตอบ $\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{h\to0}\frac{6(2^2+2\cdot2\cdot h+h^2)+7-6(2)^2-7}{h} = 24$

7. อัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวเส้นรอบวงกลม C เทียบกับความยาวของรัศมี r

7.1) สูตร ความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวเส้นรอบวงกลม A กับรัศมี r **ตอบ** $C = f(r) =$ $2\pi r$

7.2) ความยาวของเส้นรอบวงกลม เมื่อความยาวของรัศมี $r + h$ **ตอบ** $C = f(r + h) =$ $2\pi(r+h)$

7.3) **อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย**ของความยาวเส้นรอบวงกลมวงกลม C เทียบกับความยาวรัศมี r เมื่อความยาวของรัศมีปลี่ยนจาก r เป็น $r + h$

ตอบ $\frac{f(r+h)-f(r)}{h} = \frac{2\pi(r+h-r)}{h} = 2\pi$

7.4) **อัตราการเปลี่ยนแปลง**ของความยาวเส้นรอบวงกลม A เทียบกับความยาวรัศมี r

ตอบ $\lim_{h\to0}\frac{f(r+h)-f(r)}{h} =$ 2π

7.5) อัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวเส้นรอบวงกลมเทียบกับรัศมี ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $a =$ $\boxed{3}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **ตอบ** 2π

7.6) อัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวเส้นรอบวงกลมเทียบกับรัศมี ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $b =$ $\boxed{5}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **ตอบ** 2π

8. อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลม A เทียบกับความยาวของรัศมี r

8.1) สูตร ความสัมพันธ์ระหว่าง พื้นที่วงกลม A กับรัศมี r **ตอบ** $A = f(r) =$ πr^2

8.2) พื้นที่วงกลม เมื่อความยาวของรัศมี $r + h$ **ตอบ** $A = f(r+h) =$ $\pi (r+h)^2$

8.3) **อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย**ของพื้นที่วงกลม A เทียบกับความยาวรัศมี r เมื่อความยาวของรัศมีเปลี่ยนจาก r เป็น $r + h$

ตอบ $\frac{f(r+h)-f(r)}{h} =$ $\frac{\pi [(r+h)^2 - r^2]}{h}$

8.4) **อัตราการเปลี่ยนแปลง**ของพื้นที่วงกลม A เทียบกับความยาวรัศมี r

$= \lim_{h\to 0} \frac{\pi(r^2+2rh+h^2) - \pi r^2}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{\pi(r^2+2rh+h^2-r^2)}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{\pi(2rh+h^2)}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{\pi h(2r+h)}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \pi(2r+h)$

$= 2\pi r$

ตอบ $\lim_{h\to 0} \frac{f(r+h)-f(r)}{h} =$ $2\pi r$

8.5) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเทียบกับรัศมี

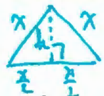
ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $a =$ $\boxed{6}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **ตอบ** 12π

8.6) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเทียบกับรัศมี

ขณะที่ รัศมีเท่ากับ $b =$ $\boxed{7}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **ตอบ** 14π

---

9. อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า A เทียบกับความยาวด้าน x



$h = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}x^2} = \sqrt{\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

9.1) สูตร ความสัมพันธ์ระหว่าง พื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า A กับความยาวด้าน x

$A = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x$ **ตอบ** $A = f(x) =$ $\frac{\sqrt{3}x^2}{4}$

9.2) พื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อความยาวด้านเท่ากับ $x + h$

ตอบ $A = f(x+h) =$ $\frac{\sqrt{3}}{4}(x+h)^2$

9.3) **อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย**ของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า A เทียบกับความยาวด้าน x เมื่อความยาวของด้านเปลี่ยนจาก x เป็น $x + h$

ตอบ $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} =$ $\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}[(x+h)^2 - x^2]}{h}$

9.4) **อัตราการเปลี่ยนแปลง**ของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า A เทียบกับความยาวด้าน x

$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}[x^2+2x.h+h^2-x^2]}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}(2xh+h^2)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{3}}{4}(2x+h)$

ตอบ $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} =$ $\frac{\sqrt{3}}{2}x$

9.5) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เทียบกับความยาวด้าน

ขณะที่ ความยาวด้านเท่ากับ $a =$ $\boxed{8}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **ตอบ** $4\sqrt{3}$

9.6) อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เทียบกับความยาวด้าน

ขณะที่ ความยาวด้านเท่ากับ $b =$ $\boxed{3}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **ตอบ** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$